Topic List

* নির্ণায়কের পরিচয় এবং ভুক্তি চিহ্ন
* অনুরাশি এবং সহগুণক
* নির্ণায়কের মান নির্ণয় ★★
  - বিস্তৃতির সাহায্যে
  - সারাম ডায়াগ্রামের সাহায্যে
* নির্ণায়কের ধর্ম ★★★★★

ম্যাট্রিক্স ও নির্ণায়ক

Lecture-09

* নির্ণায়কের পরিচয় এবং ভুক্তি চিহ্ন

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\\ 7 & 8 & 9\end{bmatrix} \longrightarrow \text{Matrix}$$

$$A=\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\\ 7 & 8 & 9\end{vmatrix} \longrightarrow \text{নির্ণায়ক}$$

(3 → ভুক্তি)

* [ ], ( ), || || → Matrix

| | → নির্ণায়ক

* $[A] \neq 3$ → সাজানো ব্যবস্থা, নির্দিষ্ট মান নাই।

$|A| = 3$ ✓ → মান থাকছে।

* নির্ণায়ক → বর্গাকার ✓

প্রতি চিহ্ন

$i \rightarrow$ সারি NO

$j \rightarrow$ কলাম NO

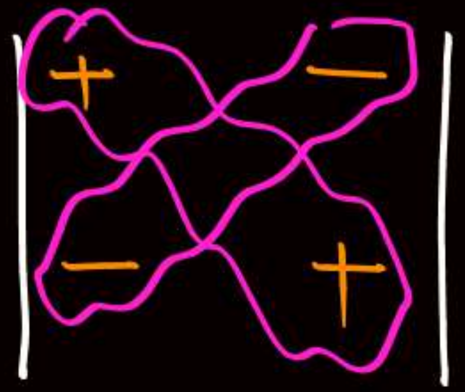
$i+j$ → জোড় → $+$

$i+j$ → বিজোড় → $-$

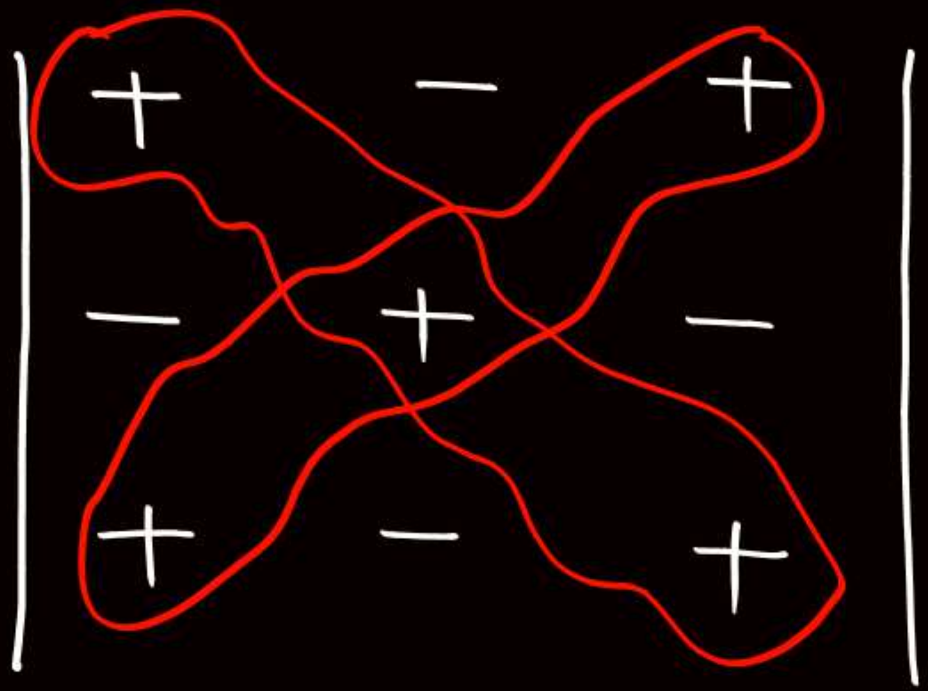
2 → $i=1$, $j=2$

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} \longrightarrow \begin{vmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{vmatrix}$$

2×2



3×3



2×2 নির্ণায়ক

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = (ad - bc).$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= (3 - (-2))$$

$$= 3 + 2 = 5.$$

* অনুরাশি এবং সহগুণক

অনুরাশি → চিহ্নছাড়া

সহগুণক → চিহ্নসহ

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

(2,1) তম ভুক্তির অনুরাশি $= \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = (1)$

(2,1) " " সহগুণক $= - \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -1$

সহগুণক = (চিহ্ন) × অনুরাশি

$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 2 & 2 & 6 \\ 2 & 2 & 7 \end{vmatrix}$ এবং (2,3) তম ভুক্তির অনুরাশি নিচের কোনটি?

ক 2

খ 0

গ 5

ঘ 7

$\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = (4-4) = 0$

$\begin{vmatrix} -2 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & 5 \end{vmatrix}$ নির্ণায়কের (2,3) তম ভুক্তির সহগুণক কত?

ক -8

খ -4

গ 4

ঘ 8

$$-\begin{vmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= -(4-12)$$

$$= -(-8) = 8$$

* নির্ণায়কের মান নির্ণয় (বিস্তৃতির সাহায্যে)

$$A=\begin{vmatrix}-1 & 2 & 0\\ 2 & 1 & 4\\ -1 & 0 & 2\end{vmatrix} \longrightarrow |A| = ?$$

Note: যেকোন একটি সারি/কলাম বরাবর।

১ম সারি বরাবর বিস্তার করে,

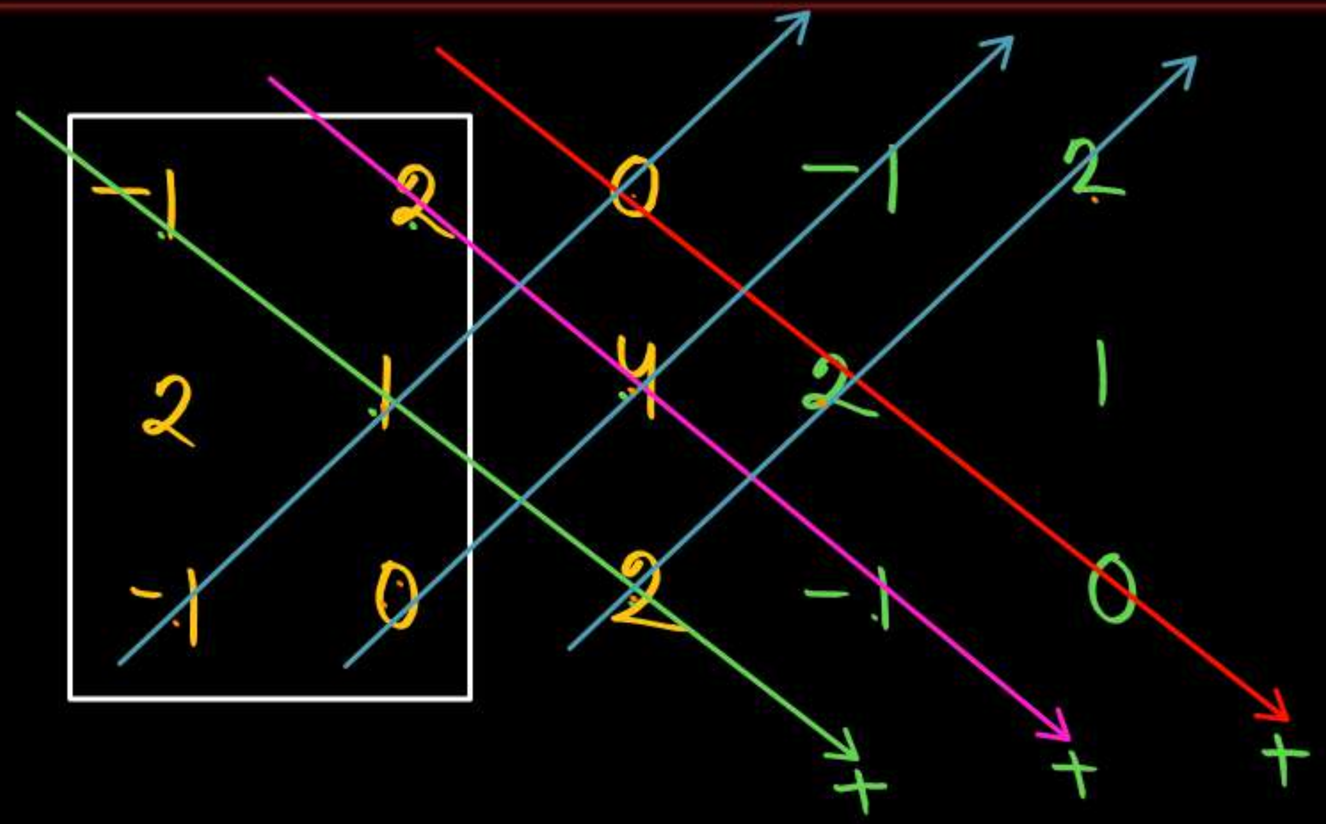
$$-1\times\begin{vmatrix}1 & 4\\ 0 & 2\end{vmatrix} - 2\times\begin{vmatrix}2 & 4\\ -1 & 2\end{vmatrix} + 0\times\begin{vmatrix}2 & 1\\ -1 & 0\end{vmatrix}$$

$$= -1\times(2-0) - 2\times(4+4) + 0$$

$$= -2 - 16 + 0 = -18$$

* নির্ণায়কের মান নির্ণয় (সারাস ডায়াগ্রাম সাহায্যে)

$$A = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$



$$= (-2-8+0)-(0+0+8)$$

$$= (-10)-8=-18.$$

* নির্ণায়কের ধর্ম (ধর্ম- ০১) ★★★★★★★

নির্ণায়কের সারি এবং কলামসমূহ স্থান বিনিময় করলে তার মানের কোন পরিবর্তন হয় না

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} \longrightarrow |A^t| = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{vmatrix}$$

$$|A| = |A^t|$$

* (ধর্ম-০২)

নির্ণায়কের পাশাপাশি দুইটি সারি/কলাম পরস্পর স্থান বিনিময় করলে নির্ণায়কের মানের চিহ্ন পরিবর্তিত হয়

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = x$$

$[C_1 \rightleftharpoons C_2]$

$$\begin{vmatrix} b_1 & a_1 & c_1 \\ b_2 & a_2 & c_2 \\ b_3 & a_3 & c_3 \end{vmatrix} = -x$$

$[r_1 \rightleftharpoons r_3]$

$$\begin{vmatrix} a_3 & b_3 & c_3 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_1 & b_1 & c_1 \end{vmatrix} = -x$$

(ধর্ম -০৩)

নির্ণায়কের কোন সারি/কলাম এর প্রত্যেকটি ভুক্তিকে কোন নির্দিষ্ট সংখ্যা দ্বারা গুন করলে নির্ণায়ক ও সেই নির্দিষ্ট সংখ্যা দ্বারা গুন হবে ।

$$|A| = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$K|A| = K\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Ka_1 & Ka_2 & Ka_3 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$K\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K & 2K \\ 3K & 4K \end{bmatrix}$$

$$K\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} K & 2 \\ 3K & 4 \end{vmatrix}$$

(ধর্ম -০৪) ★★★★ MCQ

নির্ণায়কের কোন সারি /কলামের প্রতিটি ভুক্তি শুণ্য হলে নির্ণায়কের মান শূন্য হবে।

$$\begin{vmatrix} 0 & a_1 & a_2 \\ 0 & b_1 & b_2 \\ 0 & b_3 & b_4 \end{vmatrix} = 0.$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -9 & 4 & 6 \\ 7 & -2 & 3 \end{vmatrix} = 0.$$

(ধর্ম -০৫)

নির্ণায়কের কোন সারি/কলাম এর সবগুলি ভুক্তি দুইটি(ততোধিক) পদ দিয়ে গঠিত হলে নির্ণায়কটিকে অপর দুইটি(ততোধিক) নির্ণায়কের সমষ্টিরূপে লিখা যায়)

$$|A| = \begin{vmatrix} a_1+x & b_1 & c_1 \\ a_2+y & b_2 & c_2 \\ a_3+z & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & b_1 & c_1 \\ y & b_2 & c_2 \\ z & b_3 & c_3 \end{vmatrix}.$$

MCQ

(ধর্ম-০৬) ★★★★★

নির্ণায়কের দুইটি সারি/কলাম অভিন্ন হলে নির্ণায়কের মান শূন্য হবে।

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & a_2 \\ 1 & 1 & a_3 \\ 1 & 1 & a_4 \end{vmatrix} = 0$$

$$B = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 7 & 9 \end{vmatrix} = 0$$

(ধর্ম-০৭)

নির্ণায়কের কোন সারি/কলামের ভুক্তিগুলো অন্য একটি সারি /কলামের সংশ্লিষ্ট ভুক্তিগুলো গুনিতক হলে নির্ণায়কের মান শূন্য হবে

$$A = \begin{vmatrix} a_1 & ka_1 & c_1 \\ a_2 & ka_2 & c_2 \\ a_3 & ka_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

(ধর্ম - ০৮)

নির্ণায়কের কোন সারি/কলামের প্রত্যেকটি ভুক্তির সাথে ঐ নির্ণায়কের অপর কোন সারি /কলামের অনুরূপ ভুক্তিগুলো যোগ/বিয়োগ করলে নির্ণায়কের মানের কোন পরিবর্তন হয় না ।

$$A = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = x \longrightarrow \begin{vmatrix} a_1+b_1 & b_1 & c_1 \\ a_2+b_2 & b_2 & c_2 \\ a_3+b_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = x$$

$C_1' = C_1 + C_2$ → C_1, C_2 যোগ করে C_1 এ রাখো

(ধর্ম-০৯)

নির্ণায়কের কোন সারি/কলামের প্রত্যেকটি ভুক্তির সাথে ঐ নির্ণায়কের অপর কোন সারি /কলামের অনুরূপ ভুক্তিগুলোর একই গুনিতক দ্বারা যোগ/বিয়োগ করলে নির্ণায়কের মানের কোন পরিবর্তন হয় না ।

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 \pm b_1 K & b_1 & c_1 \\ a_2 \pm b_2 K & b_2 & c_2 \\ a_3 \pm b_3 K & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

(ধর্ম -১০) ★★★★★★

নির্ণায়কের কোন সারি/কলামের ভুক্তিগুলোকে অপর একটি সারি/কলামের সংশ্লিষ্ট ভুক্তিগুলোর সহগুনক গুন করলে প্রাপ্ত গুনফলগুলির বীজগানিতীয় সমষ্টি শূন্য হবে ।

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

$a_1B_1 + a_2B_2 + a_3B_3 = 0$

$a_1C_1 + a_2C_2 + a_3C_3 = 0$

$b_1 \to B_1$, $b_2 \to B_2$, $b_3 \to B_3$

$c_1 \to C_1$, $c_2 \to C_2$, $c_3 \to C_3$

$$2\begin{vmatrix} 2 & 5 & x \\ 3 & 6 & y \\ 4 & 7 & z \end{vmatrix}$$ নির্ণায়কের সমান কোনটি?

ক $\begin{vmatrix} 4 & 10 & x \\ 6 & 12 & y \\ 8 & 14 & z \end{vmatrix}$

খ $\begin{vmatrix} 4 & 10 & 2x \\ 6 & 12 & 2y \\ 8 & 14 & 2z \end{vmatrix}$

গ $\begin{vmatrix} 4 & 7 & x+2 \\ 6 & 8 & y+2 \\ 8 & 8 & z+2 \end{vmatrix}$

ঘ $\begin{vmatrix} 2 & 10 & x \\ 3 & 12 & y \\ 4 & 14 & z \end{vmatrix}$

$A = \begin{vmatrix} x & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}, |A| = 0$ হলে $x = ?$

ক -2

খ 0

গ $\frac{2}{5}$

ঘ 2

$x \times \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + 1 \times \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow x(3-2) + (-2) = 0$

$\Rightarrow x - 2 = 0$

$\therefore x = 2$

$$\begin{vmatrix} x & y+z & 1 \\ y & x+z & 1 \\ z & x+y & 1 \end{vmatrix}$$ নির্ণায়কের মান কোনটি?

ক $4x^2y^2z^2$

খ $4xyz$

গ 0

ঘ 1

$$\begin{vmatrix} x+y+z & y+z & 1 \\ x+y+z & x+z & 1 \\ x+y+z & x+y & 1 \end{vmatrix} \quad [C_1' = C_1 + C_2]$$

$$= (x+y+z)\begin{vmatrix} 1 & y+z & 1 \\ 1 & x+z & 1 \\ 1 & x+y & 1 \end{vmatrix} = 0$$