ম্যাট্রিক্স ও নির্ণায়ক

Lecture-04

Topic List

- ম্যাট্রিক্সের প্রকারভেদ ✓
- অভেদক ম্যাট্রিক্স ✓
- ত্রিভুজাকার ম্যাট্রিক্স ✓
  - উর্ধ্ব ত্রিভুজাকার *
  - নিম্ন ত্রিভুজাকার *

- * শূন্য ✓
- * Transpose/ রূপান্তরিত ✓
- * প্রতিসম ✓
- * বিপ্রতিসম ✓

Lecture-04

Special Matrix list

- সমঘাতি / Idempotent
- অভেদঘাতি/ উদ্ঘাতিক /Involutary
- শূন্যঘাতি/Nilpotent
- উলম্ব/লম্ব/Orthogonal

ম্যাট্রিক্স ও নির্ণায়ক

Lecture-04

* অভেদক ম্যাট্রিক্স

অভেদক → Identity

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$3\times3 \longrightarrow I_3$

$4\times4 \longrightarrow I_4$

$5\times5 \longrightarrow I_5$

$2\times2 \longrightarrow I_2$.

$(I_3^{-5}) = I_3$ ✓

অভেদক ম্যাট্রিক্সকে তুলনা করা হয় 1 এর সাথে.

$I_4 = ?$ → তুমি.

(i) $1\times2 = 2$, $1\times3 = 3$, $1\times4 = 4$ $\longrightarrow A\cdot I = A$

(ii) $1^{100} = 1$, $1^{200} = 1$ $\longrightarrow I^{n} = I$ (n → Any number ($\pm$))

(iii) $2\times2^{-1} = 2\times\frac{1}{2} = 1 \longrightarrow A\cdot A^{-1} = I$

যদি A একটি 3×3 ক্রমের ম্যাট্রিক্স এবং I একই ক্রমে অভেদক ম্যাট্রিক্স হয় তবে AI_3 এর মান কত?

ক $3A$

খ A

গ $A3I$

ঘ $-A$

$AI_3 = A$

যদি I_3 একটি তিন ক্রমের ম্যাট্রিক্স হয় তবে $(I_3)^{-1} =$ কত?

ক 0

খ I_3

গ $\frac{1}{3}I_3$

ঘ $3I_3$

3×3 মাত্রার একটি অভেদ ম্যাট্রিক্স (I_3) হলে $(I_3)^{-1}$ কত?

I_3

ক $3I_3$

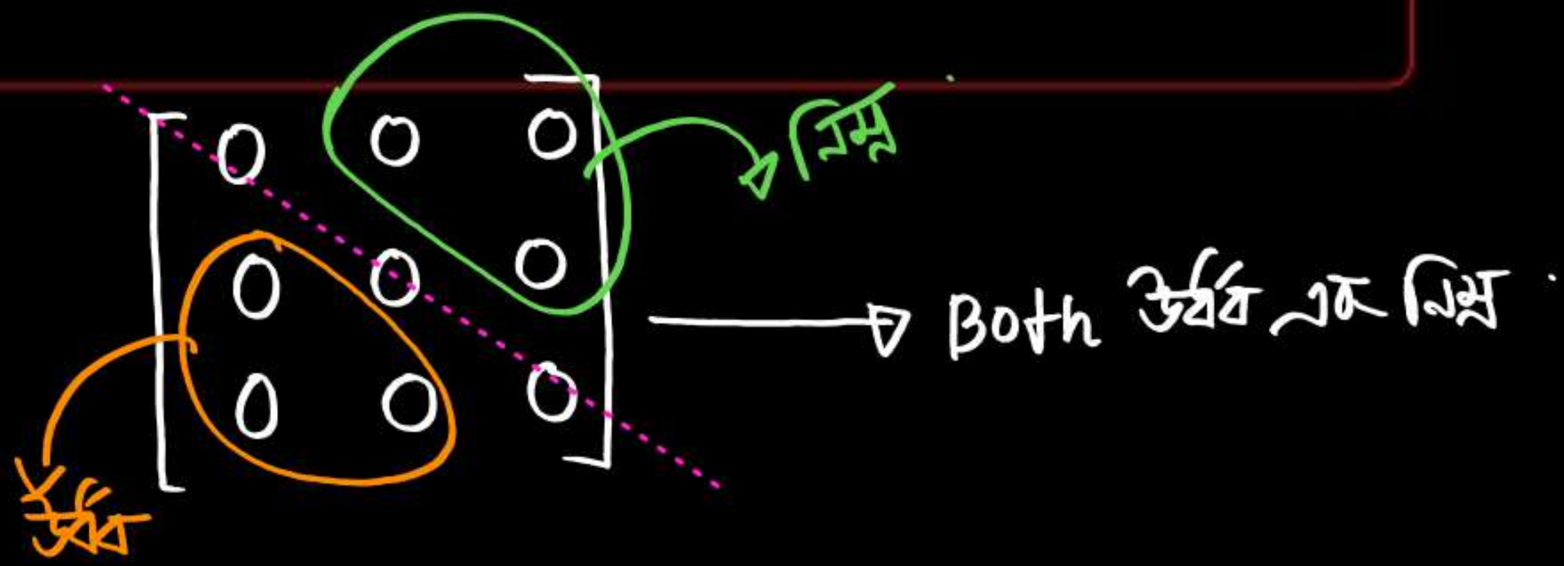
খ 0

গ $\frac{1}{3}I_3$

ঘ I_3

ত্রিভুজাকার ম্যাট্রিক্স

* উর্ধ্ব ত্রিভুজাকার
* নিম্ন "



উর্ধ্ব ত্রিভুজাকার

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

নিম্ন ত্রিভুজাকার

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 4 & 6 & 0 \\ 7 & 9 & 6 \end{bmatrix}$$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$ এটি কোণ ধরনের ম্যাট্রিক্স?

ক) স্কেলার

খ) নিম্ন ত্রিভুজাকার

গ) ঊর্ধ্ব ত্রিভুজাকার

ঘ) কর্ণ

$|A| = 1 \times 4 \times 6 = 24$

শূন্য ম্যাট্রিক্স

$$\# \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \text{শূন্য}$$

$$\# \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Transpose/ রূপান্তরিত

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\end{bmatrix}$$

$$A^t/A^T/A'=\begin{bmatrix}1 & 4\\ 2 & 5\\ 3 & 6\end{bmatrix}.$$

$$B=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\\ 7 & 8 & 9\end{bmatrix}.$$

$$B^t=\begin{bmatrix}1 & 4 & 7\\ 2 & 5 & 8\\ 3 & 6 & 9\end{bmatrix}.$$

প্রতিসম

কোন বর্গ ম্যাট্রিক্সে $A = A^t$ হলে তাকে প্রতিসম ম্যাট্রিক্স বলা হয়।

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 5 \end{bmatrix} \longrightarrow A^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A = A^t$$

প্রতিসম চেনার উপায় ??

বিপ্রতিসম

কোন বর্গ ম্যাট্রিক্স যদি $A=-A^t$ হয় তাহলে তাকে বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স বলে।

Tricks কমনের

$$A=\begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \\ -3 & -4 & 0 \end{bmatrix} \longrightarrow A^t=\begin{bmatrix} 0 & -2 & -3 \\ 2 & 0 & -4 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

বিপ্রতিসম চেনার উপায়:

* মুখ্য কর্ণ zero
* কোনাকোনি বিপরীত

$$-A^t=\begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \\ -3 & -4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\therefore A=-A^t$$

নিচের কোনটি প্রতিসম ম্যাট্রিক্স?

ক $\begin{bmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{bmatrix}$

খ $\begin{bmatrix} b & 0 \\ 0 & -b \end{bmatrix}$

গ $\begin{bmatrix} b & 0 \\ -b & 0 \end{bmatrix}$

ঘ $\begin{bmatrix} 0 & -b \\ 0 & b \end{bmatrix}$

প্রতিসম

কোনাকোনি সমান

$\begin{bmatrix} a & 2 & d \\ -2 & b & -3 \\ -7 & 3 & c \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটি বিপ্রতিসম হলে $a + b + c + d = ?$

ক 3

খ 2

গ 7

ঘ 5

$0+0+0+7=7$

নিচের কোনটি বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স?

ক $\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & -a \end{bmatrix}$

খ $\begin{bmatrix} a & 0 \\ -a & 0 \end{bmatrix}$

গ $\begin{bmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{bmatrix}$

ঘ $\begin{bmatrix} 0 & -a \\ 0 & a \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 0 & 5 & m \\ -2 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটি প্রতিসম হলে $m =$ কত?

ক -2

খ 0

গ 4

ঘ 5

$\begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 20 \end{bmatrix}$ একটি

i. কর্ণ ম্যাট্রিক্স
ii. প্রতিসম ম্যাট্রিক্স
iii. স্কেলার ম্যাট্রিক্স

ক) i ও ii

খ) i ও iii

গ) ii ও iii

ঘ) i, ii ও iii

ম্যাট্রিক্স ও নির্ণায়ক

Lecture-04

$A = \begin{bmatrix} a & 2 & 5 \\ -2 & b & -3 \\ -5 & 3 & c \end{bmatrix}$ একটি বক্র প্রতিসম ম্যাট্রিক্স হলে, a, b, c এর মানগুলো

বিপ্রতিসম / skew symmetry

ক) $-2, -5, 3$

খ) $0, 0, 0$

গ) $1, 1, 1$

ঘ) $2, 5, 3$

A ম্যাট্রিক্সটি প্রতিসম ম্যাট্রিক্স হবে যখন

i. A বর্গ

ii. $A^2 = A$

iii. $A^T = A$

ক i ও ii

খ i ও iii

গ ii ও iii

ঘ i, ii ও iii

$\begin{bmatrix} 0 & 5 & -3 \\ -5 & 0 & y \\ x & 4 & 0 \end{bmatrix}$ বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স হলে $(x, y) = ?$

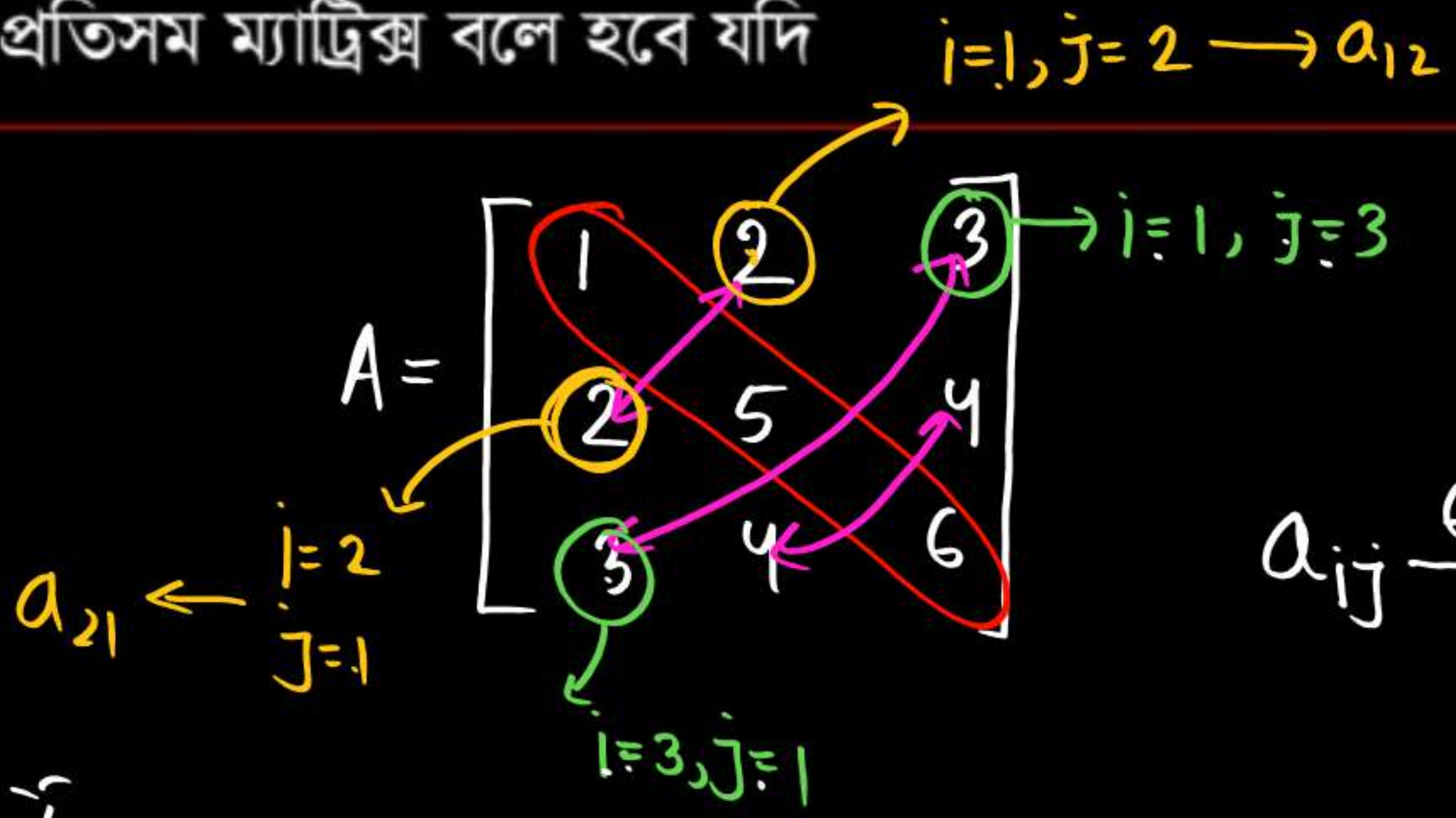
ক $(-3, -4)$

খ $(-3, 4)$

গ $(3, -4)$

ঘ $(3, 4)$

একটি বর্গ ম্যাট্রিক্স $A = (a_{ij})$ কে প্রতিসম ম্যাট্রিক্স বলে হবে যদি



ক $a_{ij} > a_{ij}$

খ $a_{ij} < a_{ij}$

গ $a_{ij} = a_{ji}$

ঘ $a_{ij} = -a_{ij}$

$a_{ij} \xrightarrow{\text{উলটালেটি}} a_{ji}$

বিপ্রতিসম → $a_{ij} = -a_{ji}$

ম্যাট্রিক্স ও নির্ণায়ক

Lecture-04

Special Matrix

$A^2 = A \times A$

$AA^{-1} = I$

সমঘাতি

$A \longrightarrow A^2$

$A^2 = A$

Idempotent.

অভেদঘাতি

$A \longrightarrow A^2$

$A^2 = I$

Involutary / উদঘাতি

শূন্যঘাতি

$m \times m$

$A \longrightarrow A^n$

$A^n = 0$

Extra information

$A \rightarrow A^2 = 0$ → Yes → শূন্যঘাতি → ঘাত = 2.

$A^2 = 0$ → No → A^3 … A^m.

Nilpotent.

উলম্ব / লম্ব

$A \longrightarrow A^t$

$A \cdot A^t = I$

$A^t = A^{-1}$

Orthogonal.