Lecture-05

Topic List

- অনুবন্ধী ম্যাট্রিক্স
- হার্মেসিয়ান
- স্কিউ হার্মেসিয়ান
- উপ ম্যাট্রিক্স
- ম্যাট্রিক্সের-যোগ– বিয়োগ
- ম্যাট্রিক্সের স্কেলার গুনন

অনুবন্ধী ম্যাট্রিক্স

$$A=\begin{bmatrix} 2+i & 3 \\ -4i & 6 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}=\begin{bmatrix} 2-i & 3 \\ 4i & 6 \end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix} 1+i & -i+2 \\ 2i & 6 \end{bmatrix}$$

$$\bar{B}=\begin{bmatrix} 1-i & i+2 \\ -2i & 6 \end{bmatrix}$$

$2+3i,\ 6i,\ 4-5i,\ \frac{7}{2}+i$ → কোন সংখ্যা.

$2i \longrightarrow -2i$.

$2+3i \longrightarrow$ অনুবন্ধী $= 2-3i$

$1+i \longrightarrow$ " $= 1-i$

$-1+i \longrightarrow$ " $= -1-i$

Lecture-05

হার্মেসিয়ান

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3-4i & 5i \\ 3+4i & 0 & 1-i \\ -5i & 1+i & -7 \end{bmatrix}$$

$A \longrightarrow \bar{A} \longrightarrow (\bar{A})^t$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3+4i & -5i \\ 3-4i & 0 & 1+i \\ 5i & 1-i & -7 \end{bmatrix} \rightarrow \bar{A}^t = \begin{bmatrix} 2 & 3-4i & 5i \\ 3+4i & 0 & 1-i \\ -5i & 1+i & -7 \end{bmatrix}$$

$\therefore (\bar{A})^t = A$

$(\bar{A})^t = A$

Extra information for MCQ

(i) মুখ্য কর্ণের দুটি বাস্তব সংখ্যা.

(ii) কোনাকোনি জুড়ক্ষী.

Lecture-05

স্কিউ হার্মেসিয়ান

$A = -(\bar{A})^t$

$2i, 4i, 6i, -2i$ → প্রকৃত কাল্পনিক

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2+3i & -5 \\ -2+3i & 4i & 1-i \\ 5 & -1-i & -i \end{bmatrix}$$

$A \longrightarrow \bar{A} \longrightarrow (\bar{A})^t$

$A = -(\bar{A})^t$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 2-3i & -5 \\ -2-3i & -4i & 1+i \\ 5 & -1+i & i \end{bmatrix}$$

$$(\bar{A})^t = \begin{bmatrix} 0 & -2-3i & 5 \\ 2-3i & -4i & -1+i \\ -5 & 1+i & i \end{bmatrix}$$

$$-(\bar{A})^t = \begin{bmatrix} 0 & 2+3i & -5 \\ -2+3i & 4i & 1-i \\ 5 & -1+i & -i \end{bmatrix}$$

(i) মুখ্য কর্ণের দুটি 0 অথবা প্রকৃত কাল্পনিক

(ii)

Lecture-05

$A = \begin{pmatrix} 2 & 3-2i \\ 1+2i & i-2 \end{pmatrix}$ ম্যাট্রিক্সের অনুবন্ধী (conjugate) ম্যাট্রিক্স কোনটি?

ক $\begin{pmatrix} 2 & 3+2i \\ 1-2i & i+2 \end{pmatrix}$

খ $\begin{pmatrix} 3-2i & 2 \\ 3-2 & 1+2i \end{pmatrix}$

গ $\begin{pmatrix} 2 & 1+2i \\ 3-2i & i-2 \end{pmatrix}$

ঘ $\begin{pmatrix} 2 & 3+2i \\ 1-2i & -i-2 \end{pmatrix}$

ম্যাট্রিক্স ও নির্ণায়ক

Lecture-05

$A^T = A$

নিচের কোনটি সমঘাতি ম্যাট্রিক্স? ★★★★★★★★

ক ✗ $\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$

খ ✓ $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ $-2-(-2) = -2+2 = 0$

গ ✗ $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

ঘ ✗ $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

2×2 → আদেশক / শূন্য ✗

(i) Trace = 1 ✓

(ii) Det = 0 ✓

$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

Lecture-05

$P = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ এবং $Q = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ হলে, $P - Q$ ম্যাট্রিক্সটি কোন ধরনের?

ক শূন্যঘাতি

খ অভেদঘাতি

গ শূন্য ম্যাট্রিক্স

ঘ কোনোটিই নয়

$A = P - Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$A^n = I$

$A^2 = I$

যদি A এবং $B = I - A$ সমঘাতি ম্যাট্রিক্স হয়, তবে A^2B^2 কত?

ক $-I$

খ 1

গ $2I$

ঘ 0

$\tilde{A} = A$

$\tilde{B} = B$

$\tilde{A}\tilde{B}$

$= AB$

$= A(I-A)$

$= A \cdot I - A^2$

$= A - A$

$= 0$.

হার্মেশিয়ান

$\overline{A^T} = A$ হলে, A ম্যাট্রিক্সের Trace কেমন হবে?

$(\bar{A})^T = (\overline{A^T})$

ক ধনাত্মক

খ বাস্তব সংখ্যা

(i) মুখ্য কর্ণের প্রতি পক্ষ সংখ্যা.

গ পূর্ণসংখ্যার

1+2=3

ঘ ঋণাত্মক

Lecture-05

উপ ম্যাট্রিক্স

কোনো একটি মূল ম্যাট্রিক্সের এক বা একাধিক সম্পূর্ণ সারি (Row) এবং/অথবা কলাম (Column) বাদ দেওয়ার পর যে নতুন, ছোট ম্যাট্রিক্সটি অবশিষ্ট থাকে

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \longrightarrow B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

যোগ - বিয়োগ

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix} \qquad C=\begin{bmatrix}4 & 5\\ 6 & 8\end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix}4 & 5\\ 6 & 7\end{bmatrix}$$

(i) $A+B=\begin{bmatrix}1+4 & 2+5\\ 3+6 & 4+7\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & 7\\ 9 & 11\end{bmatrix}$.

(ii) $A-C=\begin{bmatrix}1-4 & 2-5\\ 3-6 & 4-8\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-3 & -3\\ -3 & -4\end{bmatrix}$.

(iii) $A+B-C=\begin{bmatrix}1+4-4 & 2+5-5\\ 3+6-6 & 4+7-8\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 3\end{bmatrix}$.

স্কেলার গুনন

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

$$KA = \begin{bmatrix} K & 2K & 3K \\ 4K & 5K & 6K \\ 7K & 8K & 9K \end{bmatrix}$$

Lecture-05

যদি $P = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ এবং $Q = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ হয়, তবে $3P - 2Q$ ম্যাট্রিক্সটি নির্ণয় কর।

$3P - 2Q$

$= 3 \times \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} - 2 \times \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 6 & -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 3-0 & 9+4 \\ 6-8 & -3-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 13 \\ -2 & -9 \end{bmatrix}$.

Lecture-05

যদি $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ এবং $B = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ হয়, তবে $2A + X = B$ সমীকরণটি থেকে X ম্যাট্রিক্সের মান বের কর।

$2A + X = B$

$\Rightarrow X = B - 2A$

?

HW